

NRC Publications Archive Archives des publications du CNRC

Étude numérique et analytique du transfert thermique par convection naturelle dans des couches poreuses

Rebhi, R.; Alliche, M.; Mamou, M

This publication could be one of several versions: author's original, accepted manuscript or the publisher's version. / La version de cette publication peut être l'une des suivantes : la version prépublication de l'auteur, la version acceptée du manuscrit ou la version de l'éditeur.

Publisher's version / Version de l'éditeur:

[Comptes-rendus de la conférence], 2016-05

NRC Publications Archive Record / Notice des Archives des publications du CNRC :

<https://nrc-publications.canada.ca/eng/view/object/?id=18ebde0c-2958-48d3-b69e-fb23aa329be1>

<https://publications-cnrc.canada.ca/fra/voir/objet/?id=18ebde0c-2958-48d3-b69e-fb23aa329be1>

Access and use of this website and the material on it are subject to the Terms and Conditions set forth at

<https://nrc-publications.canada.ca/eng/copyright>

READ THESE TERMS AND CONDITIONS CAREFULLY BEFORE USING THIS WEBSITE.

L'accès à ce site Web et l'utilisation de son contenu sont assujettis aux conditions présentées dans le site

<https://publications-cnrc.canada.ca/fra/droits>

LISEZ CES CONDITIONS ATTENTIVEMENT AVANT D'UTILISER CE SITE WEB.

Questions? Contact the NRC Publications Archive team at

PublicationsArchive-ArchivesPublications@nrc-cnrc.gc.ca. If you wish to email the authors directly, please see the first page of the publication for their contact information.

Vous avez des questions? Nous pouvons vous aider. Pour communiquer directement avec un auteur, consultez la première page de la revue dans laquelle son article a été publié afin de trouver ses coordonnées. Si vous n'arrivez pas à les repérer, communiquez avec nous à PublicationsArchive-ArchivesPublications@nrc-cnrc.gc.ca.

ÉTUDE NUMÉRIQUE ET ANALYTIQUE DU TRANSFERT THERMIQUE PAR CONVECTION NAURELLE DANS DES COUCHES POREUSES

R. Rebhi¹, M. Alliche¹, M. MAMOU²

¹ Laboratoire de Mécanique Physique et Modélisation Mathématique (LMP2M),
Université Dr. Yahia Farès de Médéa, Quartier Ain D’Heb, Médéa 26000, Alegria

² Aerodynamics Laboratory, NRC Aerospace, National Research Council, Ottawa,
Ontario K1A 0R6, Canada
redha.rebhi@yahoo.com

Résumé : Dans ce travail, les études numériques et analytiques ont été réalisés pour évaluer l’effet de la trainée de forme Darcy-Dupuit convection dans une cavité poreuse horizontale rectangulaire saturée par un fluide, soumise à un gradient thermique vertical. L’effet de la trainée de forme sur le seuil de bifurcation *Hopf* (caractérisant le point de transition entre la solution permanente et oscillante de la convection) a été aussi étudié. Pour une cavité carrée l’analyse de transition d’écoulement est réalisée en considérant les flux convectifs mon-cellules ou multi-cellules. Les paramètres régissant ce phénomène sont le nombre de Rayleigh, R_T , le rapport de forme, A , et le coefficient de la trainée de forme caractérisée par le nombre de Prandtl modifié, P_r^* . Pour une couche poreuse élancée ($A \gg 1$), on a utilisé l’hypothèse de l’écoulement parallèle afin d’obtenir une solution analytique dans les deux cas (milieu poreux Darcy, milieu poreux Dupuit-Darcy). Les méthodes numériques (ADI et SOR) basées sur la méthode des différences fines sont employées pour obtenir des solutions numériques des équations gouvernantes générales.

Mots clés : Convection naturelle, Milieu poreux, Effet de la trainée de forme, Hopf bifurcation.

I. INTRODUCTION

La convection naturelle induite en milieu poreux a été la zone d’intérêt pour les chercheurs et les ingénieurs depuis l’étude du maître Darcy (1856). Il introduit pour la première fois une relation entre la vitesse d’écoulement d’infiltration et la chute de pression, qui prend le nom de la loi de Darcy, mais reste valable pour des faibles nombres de Reynolds ($Re = V_a K^{1/2} / \nu$). Le champ de la convection dans les milieux poreux devient encore plus intéressant quand Dupuit (1863) a étendu la loi de Darcy pour tenir compte des flux de Reynolds ($Re > 1$). La métamorphose historique de la loi de Darcy à travers le siècle dernier a été illustrée dans un chapitre complet par Lage (1998). L’auteur fait une remarque que la nécessité de changer l’histoire en donnant tous les crédits à Dupuit. Il a publié ses conclusions 38 années avant les travaux de Forchheimer (1901). Concernant le transfert thermique due à la convection naturelle dans des milieux poreux de non-Darcy, on peut citer les travaux de Bejan et Poulidakos (1983), Lauriat et Prasad (1989), Vafai et Tien (1981), Nawaf et Pop (2005) et Prasad et Tuntomo (1987). Dans ces travaux, le transfert convectif est engendré par l’imposition d’un gradient de température dans des cavités poreuses saturées par des fluides newtoniens incompressibles. Les auteurs avaient utilisé les approximations de

Boussinesq et les modèles de Darcy-Dupuit-Forchheimer pour simuler les écoulements convectifs dans les milieux poreux à grand nombre de Reynolds. Les effets de la traînée de forme sur le transfert de chaleur et la structure de l'écoulement ont été alors mis en évidence. En général, les auteurs avaient établi le gradient thermique en imposant des températures constantes sur les parois actives des cavités. Dans cette étude, le gradient thermique est établi par l'imposition des flux de chaleur constants sur les parois actives d'une couche poreuse horizontale. Kladias and Prasad (1990) vérifient expérimentalement le modèle de flux de convection Brinkman-Dupuit-Darcy dans une enceinte poreuse de rapport d'aspect fini chauffée par le bas ; la matrice poreuse est composée de perles bien emballées. Ils ont observé que le taux de transfert de chaleur a augmenté avec les nombres de Rayleigh, de Prandtl et le nombre de Darcy.

Dans le présent travail, une étude complémentaire est réalisée pour étudier l'effet de la traînée de forme sur le seuil de bifurcation Hopf dans une cavité rectangulaire soumise à un gradient thermique vertical. Les résultats numériques basés sur la méthode des différences finies à schéma centré, et les solutions analytiques ont été obtenues pour une large gamme des nombres de Rayleigh et de la traînée.

Le présent travail a été motivé par le travail de [Kimura et al. \(1995\)](#). Les auteurs ont étudié la bifurcation de Hopf dans le flux de convection laminaire pour une couche poreuse de Darcy. Grâce à l'analyse numérique, les auteurs ont montré que le flux de convection de nombre d'onde zéro est la seule solution stable qui peut exister au sein de la couche. Pour compléter leur travail, le terme de la traînée de forme de Dupuit a été examiné dans la présente étude pour tenir compte du flux de convection pour un nombre de Reynolds élevé. A partir de l'analyse actuelle, il a été constaté que la solution convective pour un nombre d'onde zéro n'est pas le seul état convectif stable, qui pourrait exister au-dessus l'apparition de la convection supercritique, quelle que soit la grandeur du coefficient de la traînée de forme. En outre la traînée de forme trouvée affecte le seuil de bifurcation de Hopf considérablement indépendamment du rapport d'aspect de la couche poreuse.

II. FORMULATION MATHÉMATIQUE

La configuration géométrique bidimensionnelle de notre écoulement est montrée sur la Fig 1. Nous considérons le cas d'une cavité rectangulaire de hauteur H' et de longueur L' contenant un milieu poreux saturé par un fluide Newtonien incompressible, obéissant à l'approximation de Boussinesq. Les axes de coordonnées x' et y' sont respectivement orientés suivant les directions horizontale et verticale. Les parois horizontales de la cavité sont soumises à des flux de chaleur constants q' ; tandis que les parois verticales sont considérées comme adiabatiques et imperméables.

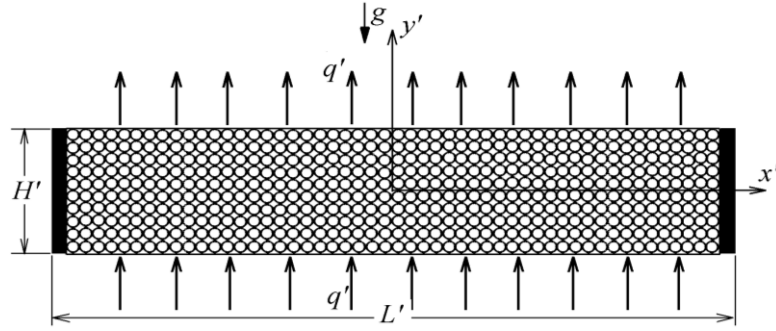


Figure 1. Représentation schématique du modèle physique et du système de coordonnées.

Les équations gouvernantes adimensionnelles régissant l'écoulement convectif sont données par :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{Da}{Pr} \frac{\partial P}{\partial x} = u + \frac{\tilde{K}}{Pr H'} |\vec{V}| u \quad (2)$$

$$\frac{Da}{Pr} \frac{\partial P}{\partial y} = v + \frac{\tilde{K}}{Pr H'} |\vec{V}| v - R_T T \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \nabla^2 T \quad (4)$$

II.1 Équation de fonction de courant

Etant donné que l'écoulement est considéré bidimensionnel, il existe alors une fonction de courant $\Psi(x, y)$ définie par :

$$u \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (5)$$

Après l'élimination de la pression dans les équations (2) et (3) l'équation de mouvement, se réduit à :

$$\left(1 + \frac{V_a}{Pr^*}\right) \nabla^2 \Psi + \frac{1}{Pr^* V_a} \left[v^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + u^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - 2uv \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \right] = -R_T \frac{\partial T}{\partial x} \quad (6)$$

À partir de ces équations, quatre groupements adimensionnels émergent dans les équations ci-dessus, à savoir le nombre de Rayleigh thermique R_T , le nombre de Prandtl Pr , le nombre de Darcy Da , et le nombre de Prandtl modifié, Pr^* , qui sont définis par :

$$R_T = \frac{gK \beta_T \Delta T^* H'}{\alpha_p \nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha_p}, \quad Da = \frac{K}{H'^2}, \quad Pr^* = Pr \frac{H'}{C_{DF} K^{1/2}} \quad (7)$$

II.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites adimensionnelles sont définies par :

$$\left. \begin{aligned} u = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{et} \quad x = \pm \frac{A}{2} \\ v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = -1 \quad \text{et} \quad y = \pm \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

où $A = L'/H'$ est le rapport d'aspect de la cavité.

II.3 Transfert thermique

Dans la présente étude, nous nous intéressons particulièrement aux calculs du taux de transfert de chaleur à une position x données. Ces derniers sont exprimés par le nombre de Nusselt défini par:

$$Nu = \frac{q'}{k_p \frac{\Delta T'}{H'}} = \frac{1}{T(x, -1/2) - T(x, 1/2)} \quad (9)$$

La valeur moyenne du nombre de Nusselt sur les parois actives est obtenu par :

$$Nu_m = \frac{1}{A} \int_{-A/2}^{A/2} Nu \, dx \quad (10)$$

III. SOLUTION NUMÉRIQUE

L'équation de l'énergie (4) est discrétisée avec un schéma centré de deuxième ordre et en utilisant la forme conservatrice pour les termes convectifs. Pour chaque pas de temps la méthode implicite aux directions alternées (ADI) donne lieu à deux systèmes matriciels tridiagonaux à résoudre, l'un résultant de la discrétisation implicite en x et l'autre de la discrétisation implicite en y . la méthode (ADI) divise le pas de temps en deux parties égales, dans la première demi-pas de temps, le système est implicitement en x mais explicitement en y et le deuxième demi-pas de temps, le système est implicitement en y et explicitement en x . pour chaque étape de temps, la solution est obtenue en balayant le domaine de calcul dans la direction des x puis dans celle des y . Connaissant les champs de la température et de la concentration à l'instant $(n+1)\Delta t$, l'étape suivante consiste à déterminer le champ de la fonction de courant à partir de l'équation (6), une fois discrétisée avec un schéma centrée classique, et résolue avec la méthode de sur-relaxation successive (SOR) par point proposé est une méthode explicite qui donne directement la valeur de Ψ à l'instant $(n+1)\Delta t$, au nœud considéré, moyennant un nombre suffisant d'itérations pour que le critère de convergence souhaité soit satisfait.

Le critère de convergence de la résolution de l'équation (6) a été proposée par :

$$\frac{\sum_i \sum_j |\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^k|}{\sum_i \sum_j |\Psi_{i,j}^k|} \leq 10^{-6} \quad (11)$$

IV. SOLUTION ANALYTIQUE

IV.1 Concept de l'écoulement parallèle :

Ce concept suppose que lorsqu'une cavité présente un grand rapport d'aspect, l'écoulement engendré devient parallèle relativement aux longues parois de la cavité. Ceci permet de négliger la composante de la vitesse perpendiculaire à ces parois. Lorsque la cavité présente un grand rapport d'aspect $L \gg H$, les lignes de courant, au centre de la cavité, deviennent parallèles à l'axe des x . Autrement dit, la fonction de courant Ψ devient une fonction de l'ordonnée y seulement. On peut écrire alors que :

$$\Psi(x, y) \approx \Psi(y) \quad (12)$$

L'injection de cette approximation (12) dans l'équations de conservation de la quantité de mouvement (4), nous pouvons montrer que le profile de la température il est donné par la somme d'un terme définissant une variation longitudinale linéaire et d'un autre terme donnant la distribution transversale :

$$T(x, y) \approx C_T x + \theta_T(y) \quad (13)$$

Pour fermer le problème, le gradient de température, C_T , est déterminé en effectuant un bilan énergétique à toute section transversale de la couche poreuse. Il s'ensuit que:

$$\int_{-1/2}^{1/2} \frac{\partial T}{\partial y} dy = \int_{-1/2}^{1/2} \theta_T dy \quad (14)$$

En introduisant ces approximations dans les équations (4) et (6) et en supposant que les flux à l'état stable, on obtient les équations différentielle ordinaire suivante :

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{d\Psi}{dy} + \frac{1}{Pr^*} \left| \frac{d\Psi}{dy} \right| \frac{d\Psi}{dy} \right) = -R_T C_T \quad (15)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dy^2} = C_T \frac{d\Psi}{dy} \quad (16)$$

En fonction de la composante de vitesse horizontale, u , Eq. (15) réduit à :

$$\frac{d}{dy} \left(u + \frac{1}{Pr^*} |u| u \right) = -R_T C_T \quad (17)$$

En intégrant une fois sur, y , et en supposant que $u = 0$ à $y = 0$, nous obtenons :

$$u + \frac{1}{Pr^*} |u| u = -R_T (C_T + NC_s) y \quad (18)$$

Il est bien connu que, dans une cavité horizontale, la circulation de flux convectif peut être soit dans le sens horaire ou anti-horaire. Ainsi, pour un écoulement dans le sens horaire, $u > 0$, pour $-1/2 \leq y \leq 0$ et dans le cas de sens anti-horaire, $u < 0$, pour $0 \leq y \leq 1/2$. Pour résoudre ce problème, on considère seulement un cas de sens de l'écoulement et l'autre cas pourra se déterminer avec une transformation antisymétrique. En général, nous pouvons écrire :

$$|u| = nu \quad (19)$$

où $n = 1$ pour $-1/2 \leq y \leq 0$ et $n = -1$ pour $0 \leq y \leq 1/2$.

Pour cette hypothèse, la solution de l'équation (18), est donnée par :

$$u(y) = n \frac{P_r^*}{2} \left[-1 + \sqrt{1 - 2\Omega ny} \right] \quad (20)$$

où : $\Omega = 2R_T C_T / P_r^*$

Après l'intégration de l'équation (20), le profile de la fonction de courant s'écrit :

$$\Psi(y) = \frac{P_r^*}{6\Omega} \left[(1+\Omega)^{3/2} - (1-2n\Omega y)^{3/2} - \frac{3\Omega}{2}(1+2ny) \right] \quad (21)$$

La résolution de l'équation (18) est alors donnée par:

$$\theta(y) = P_r^* C_T \left[n \frac{(1-2n\Omega y)^{5/2} - 1}{30\Omega^2} - \frac{n}{4} y^2 + \left(\frac{(1+\Omega)^{3/2}}{6\Omega} - \frac{1}{4} \right) y \right] - y \quad (22)$$

Après remplacement des profils de température et de vitesse, dans l'équation du bilan d'énergie (14), on trouve :

$$\begin{aligned} & \frac{(1+\Omega)^4}{240\Omega^3} - \frac{(1+\Omega)^{7/2}}{210\Omega^3} - \frac{(-2+3\Omega)(1+\Omega)^3}{180\Omega^3} + \frac{(1+\Omega)^{3/2}}{48\Omega} - \frac{(15\Omega^2 - 12\Omega + 8)(1+\Omega)^{3/2}}{1680\Omega^3} - \frac{(1+\Omega)^{3/2}}{45\Omega^3} + \\ & \frac{(-2+3\Omega)(1+\Omega)^{3/2} + 4}{120\Omega^2} + \frac{((-2+3\Omega)(1+\Omega)^{3/2} + 2)R_T}{15\Omega^3 Pr^{*2}} + \frac{83}{5040\Omega^3} - \frac{1}{48} - \frac{R_T}{4\Omega Pr^{*2}} - \frac{1}{Pr^{*2}} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

L'équation (25) a été résolu numériquement pour C_T en utilisant la méthode de Newton-Raphson.

En substituant l'équation (22) dans les équations (9), le taux de transfert de chaleur est donné par :

$$Nu^{-1} = P_r^* C_T \left[\frac{(1+\Omega)^{5/2} - 1}{15\Omega^2} - \frac{(1+\Omega)^{3/2}}{6\Omega} + \frac{1}{8} \right] + 1 \quad (24)$$

V. RESULTATS ET DISCUSSION

Le programme élaboré pour résoudre les équations de base a été validé en se référant aux différentes études numériques disponibles dans la littérature. Les tableaux. 1 et 2 comparent nos résultats avec ceux de Nawaf et Pob (2005), et Prasad et Tuntomo (1987). Ces études ont été réalisées pour le cas d'une cavité verticale chauffée par les cotés à une température constante où $A = 1$, $R_T = 10^3$, $P_r^* = 10^{-1}$ et $A = 1$, $R_T = 500$, $P_r^* = 10$. La comparaison des champs de la fonction de courant, ainsi que les taux de transfert de chaleur et de masse sont en excellente concordance.

Tableau 1, Comparaison les valeurs de la fonction de courant maximum Ψ_{\max} et le nombre de Nusselt moyen Nu_m avec les résultats donnés par Nawaf et Pob (2005) pour $A = 1$, $R_T = 10^3$ et $P_r^* = 0.1$.

	Nawaf et Pob (2005)	Présent étude	Error (%)
Ψ_{\max}	1.6520	1.7040	3.05
Nu_m	1.2940	1.3083	1.09

Tableau 2, Comparaison les valeurs du nombre de Nusselt Nu_m avec les résultats donnés par Prasad et Tuntomo (1987) pour $A = 1$, $R_T = 500$ et $P_r^* = 10$.

	Prasad et Tuntomo (1987)	Présent étude	Error (%)
Nu_m	3.8700	3.7001	4.59

Aussi pour une cavité de grand rapport d'aspect, $A \gg 1$ (exemple $A=10$), une validation a été réalisée pour le régime Darcy-Dupuit, en comparant les résultats numériques avec les résultats analytiques. Figure. 2 illustre les lignes de courant et les isothermes obtenus pour $A=10$, $R_T=10^4$ and $P_r^*=10$ avec un maillage de 401×201 . La figure illustre clairement les caractéristiques et la validité de l'écoulement parallèle dans une cavité allongée, à savoir le parallélisme des lignes de courant et une stratification linéaire horizontale de la température. La solution numérique montre clairement l'existence de l'écoulement parallèlement au régime Dupuit-Darcy.

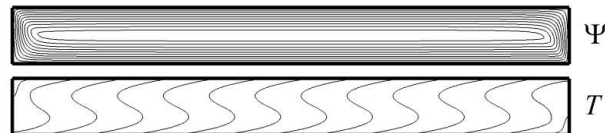


Figure 2. Lignes de courant Ψ et les isothermes T , obtenues pour $R_T=10^4$ et $A=10$,

D'autres comparaisons entre la solution analytique et numérique pour les profils de la fonction de courant et de température au milieu de la largeur de la couche poreuse sont montrés dans la Figure. 3. Les résultats sont obtenus pour $A = 10$, $R_T = 10^4$ et $P_r^* = 1$. Ce cas correspond à la situation où la convection Dupuit est dominante (effet de trainée de forme important) et toutes les approches analytiques et numériques sont en bon accord.

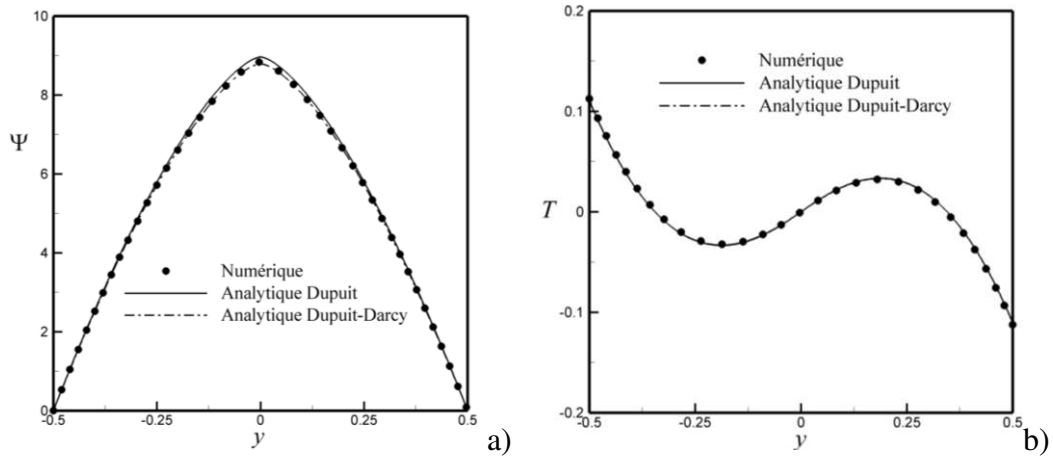


Figure 3. Profils de la fonction de courant, Ψ , et de la température, T pour : $A = 10$, $R_T = 10^4$ et $P_r^* = 1$.

Pour les paramètres de contrôle fixes (Pr^* et R_T), l'effet du rapport d'aspect de la cavité poreux est étudié. La figure. 4 illustre l'effet du rapport d'aspect sur l'intensité de l'écoulement et les nombres de Nusselt locaux et moyens pour $P_r^* = 10$ et $R_T = 10^2$. En commençant par le rapport d'aspect $A = 1$, on constate que l'intensité de l'écoulement, Ψ_0 , diminue avec l'augmentation de A , et le nombre de Nusselt Nu augmente avec A . Lorsque A est suffisamment grand ($A \geq 4$), la solution numérique est vue tendre asymptotiquement vers la solution analytique, de telle sorte que l'effet d'extrémité de cavité devient de plus en plus négligeable.

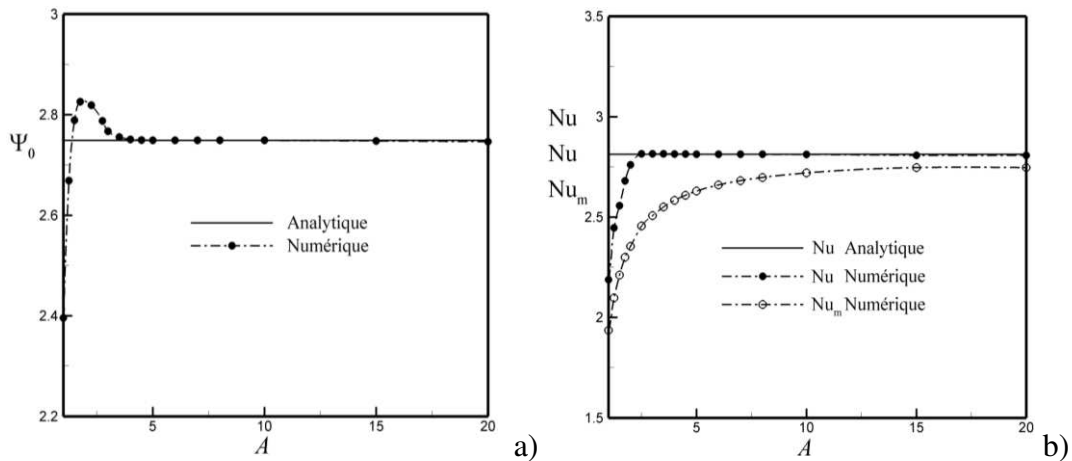


Figure 4. L'influence du rapport de la cavité sur a) l'intensité de l'écoulement au centre de la cavité, Ψ_0 , b) les transferts de chaleur, (Nu, Nu_m) pour $P_r^* = 10$ et $R_T = 10^2$.

L'effet de la trainée de forme sur l'intensité de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur sont représentés sur les figures 5 et 6 pour $A=10$ et 1 respectivement. Les résultats analytiques et numériques stables et instables sont présentés. La solution numérique est obtenue avec un maillage de 401×201 et 301×301 pour $A = 10$ et 1, respectivement, en utilisant un pas de temps de 10^{-5} . La solution analytique est représentée avec des lignes solides et la solution numérique stable/instable avec des symboles (symboles pleins pour la solution stable et symboles

vides avec des lignes en pointillés pour solution instable). La solution instable numérique représente la solution moyenne pour une période pour les nombres de Nusseltet de l'intensité de l'écoulement. Le calcul de la solution moyenne pour un temps d'une période est effectué comme suit :

$$Nu_m^\tau = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} Nu_m dt \text{ et } \Psi_0^\tau = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} \Psi_0 dt .$$

où τ est la période de temps d'oscillation. Les intégrales de temps ont été effectuées sur une période de temps en utilisant la méthode de trapèze.

Pour chaque valeur de Pr^* , la solution numérique est obtenue pour des valeurs discrètes de R_T . Tout d'abord, au-de là du début de la convection stationnaire ($R_{TC}=12.16$ et 23.94 pour $A=10$ et 1 respectivement (1975)), on obtient une solution à l'état stable. Comme R_T s'agrandit, la solution périodique instable apparaît. Le seuil, R_{TC}^{Hopf} , de l'apparition de bifurcation(marquant la transition entre l'état stable à l'écoulement de convection oscillatoire) est déterminé à l'intérieur d'un intervalle donné de R_T . L'écart est réduit à 100 pour $A = 10$ et 1 , respectivement. Pour $A = 10$, dans le cas du régime de Darcy, la fréquence prédite est 23,81 pour $R_T=575$, ce qui est très proche de celle prédite par Kimura et al. (1995) qui est 22,1 au début de l'écoulement oscillatoire ($R_T=506$).

La détermination numérique précise de R_{TC}^{Hopf} nécessite un grand temps de calcul. Rappelons que le régime de Darcy est caractérisé par $Pr^* \rightarrow \infty$. On constate sur les figures 5-6 et le tableau 2, que lorsque Pr^* diminue, le seuil R_{TC}^{Hopf} augmente et l'effet de traînée de forme devient de plus en plus stable, ce qui est en accord avec les conclusions de Nield et Joseph (1985). Dans le régime stationnaire pour $A = 10$, un bon accord est observé entre les solutions analytiques et numériques.

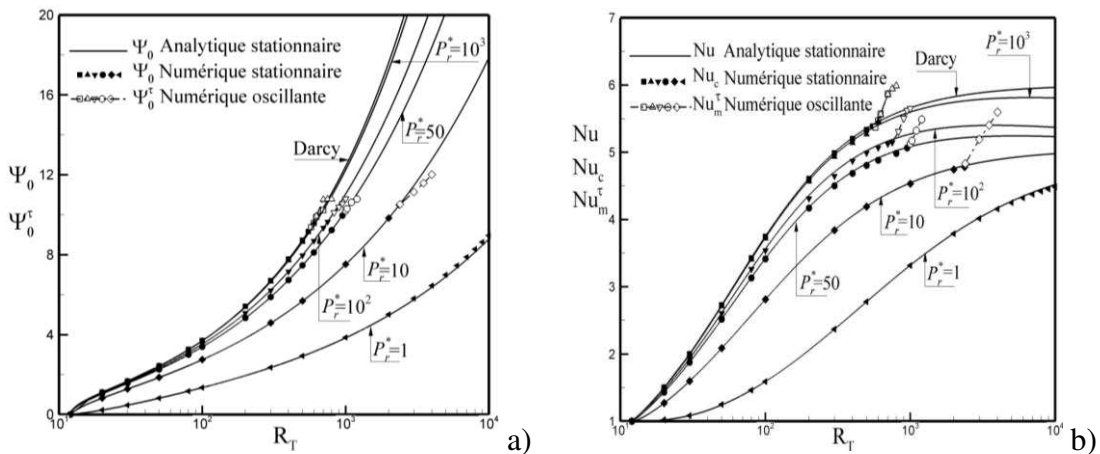


Figure 5. L'effet du nombre de Rayleigh et le coefficient de la traînée de forme sur a) l'intensité de l'écoulement et b) le nombre de Nusselt pour $A = 10$, avec un écoulement monocellulaire.

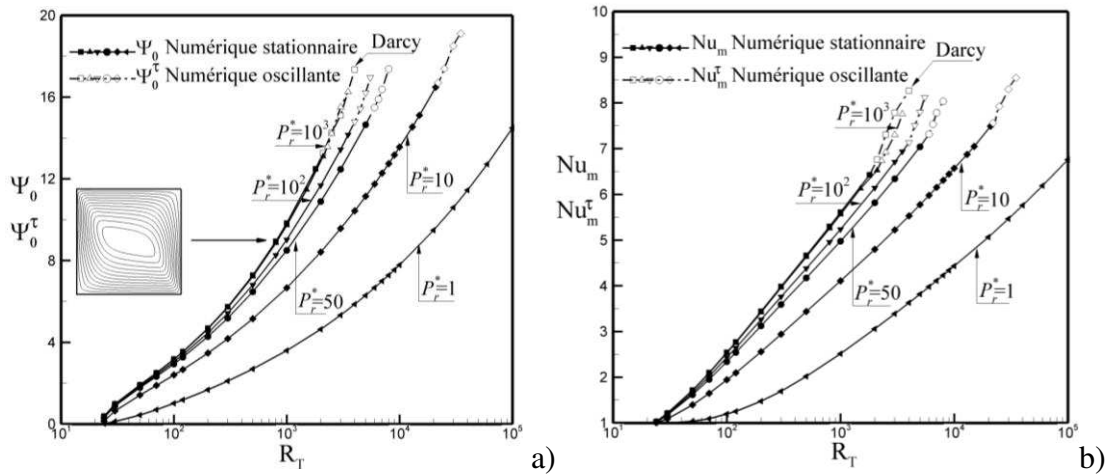


Figure 6. L'effet du nombre de Rayleigh et le coefficient de la traînée de forme sur a) l'intensité de l'écoulement et b) le nombre de Nusselt pour une cavité carrée $A = 1$ avec un écoulement monocellulaire.

Cependant, pour un écoulement de convection à deux cellules, la transition de modèle d'écoulement est complexe car la symétrie de l'écoulement est rompue à l'approche du seuil de transition. Un exemple de la configuration d'écoulement est illustré dans la figure 7. Dans la Fig 7, le flux des deux cellules ne peut être soutenu à un nombre très faible de Rayleigh. Le seuil de mode d'écoulement de deux cellules est 54.1, selon l'analyse de la stabilité linéaire. La solution est instable lorsqu'elle dépasse cette valeur, devenant ainsi un écoulement unicellulaire. Les solutions instables sont représentées par des lignes en pointillés et elles ont été obtenus avec un rapport d'aspect de $A = 1/2$, pour une exhaustivité graphique.

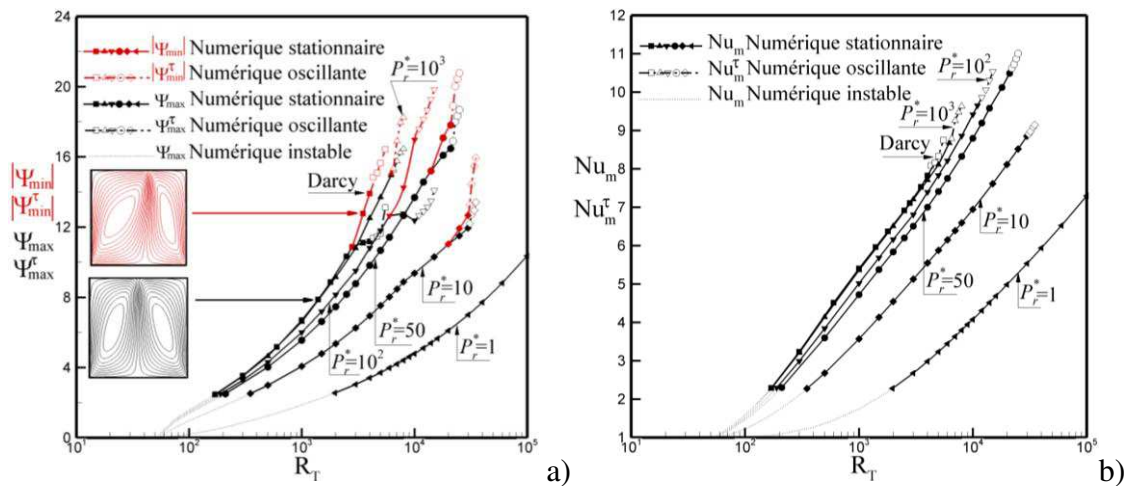


Figure 7. L'effet du nombre de Rayleigh et le coefficient de la traînée de forme sur a) l'intensité de l'écoulement et b) du nombre de Nusselt pour une cavité carrée $A = 1$ avec un écoulement de deux cellules.

VI. CONCLUSION

Les effets de la traînée et de bifurcation Hopf en convection Dupuit-Darcy ont été étudiés dans une cavité horizontale soumise à un gradient thermique vertical, en imposant des flux de chaleur constants q' sur les limites horizontales. Des études

analytiques et numériques ont été effectuées. Pour une cavité de grand rapport d'aspect $A \gg 1$, un bon accord a été obtenu entre les solutions numériques et analytiques. En conclusion, le régime d'écoulement de convection Dupuit-Darcy est caractérisé par l'existence d'un écoulement parallèle. Cependant, l'augmentation de l'effet de la traînée de forme affaiblit à la fois le flux de convection et le taux de transfert de chaleur. Dans le régime de convection Dupuit, on a constaté que l'intensité de l'écoulement augmente d'une façon monotone avec R_T . Le nombre de Nusselt augmente aussi mais tend asymptotiquement vers des valeurs constantes $Nu=5$, indépendamment de la force de traînée de forme Pr^* , quand R_T devient assez grand.

VII. REFERENCES

1. Darcy, H. P. C. Les fontaines publiques de la ville de Dijon (Victor Dalmont, Paris, 1856).
2. Dupuit, J. E. J. Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables (Victor Dalmont, Paris, 1863).
3. Lage, J. L. The fundamental theory of flow through permeable media from Darcy to turbulence, In Transport Phenomena in porous Media, Edited by D. B. Ingham and I. Pop, Pergamon, 1-30, (1998).
4. Forchheimer, P. Wasser bewegung durch Boden, VDIZ. 45, 1782-1788, (1901).
5. Bejan, A. and Polikakos, D, The non Darcy regime for vertical boundary layer natural convection in a porous medium, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, No. 5, pp. 717-722, (1983).
6. Lauriat, G and Prasad. V, Non-Darcian effects on natural convection in a vertical porous enclosure, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 32, No. 11, pp. 2135-2148, (1989).
7. Vafai, K and Tien, C. L, Boundary and Inertia effects on flow and heat transfer in porous media, Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 24, pp. 195-203, (1981).
8. Nawaf, S and Pop. I, Non Darcy natural convection in a square cavity filled with a porous medium, Fluid Dynamics Research, 36.35-4, (2005).
9. Prasad, A and Tuntomo, A, Inertia effects on natural convection in a vertical porous cavity, numerical heat transfer, Vol. 11, pp. 295-320, (1987).
10. Kladias, N and Prasad, V. Experimental verification of Darcy-Brinkman-Forchheimer flow model for natural convection in porous media, J. Thermophys. 5 (4), 560-575 (1990).
11. Kimura, S. K., Vynnycky. M and Alavyoon, F. Unicellular natural circulation in a shallow horizontal porous layer heated from below by a constant flux, J. Fluid Mech. 294, 231-257, (1995).
12. Caltagirone, J. P. Thermoconvective instabilities in a horizontal porous layer, J. Fluid Mech. 72, 269-287, (1975).
13. Nield, D. A and D. D. Joseph, Effects of quadratic drag on convection in a porous saturated porous media, Brief Communication in Phys. Fluids, 28 (3). 995-997, (1985).